Микроэкономика–3
Листок 3. Общественный выбор
Преподаватели: Яна Коротова
Дедлайн: 3 августа 2022 года, 21:00 МСК
Задачи в этом листке можно сдавать **в любом порядке**.

Задача 1. Тренировочная

Для каждой из приведенных функций полезности запишите в порядке убывания предпочтительности альтернативы $1, 2, 3, 4, 5, 15$.

а) $u(x) = \sqrt{x}$
б) $u(x) = -(x-3)^2$
в) $u(x) = 10 - (x-2)^2$
г) $u(x) = x^2$
д) $u(x) = \begin{cases} x^2, & x \in [0;4] \\ (x-8)^2, & x > 4 \end{cases}$

Задача 2.

Представим, что у нас есть 5 агентов и 5 альтернатив. В первом столбце указан порядковый номер (n) альтернативы по предпочтительности (в первую очередь агент хочет альтернативу с номером 1, затем 2...). В ячейках указана одна из альтернатив A, B, C, D, E, между которыми необходимо сделать выбор.

n	Аня	Боря	Вера	Гоша	Даша
1	A	C	D	B	
2	E	D	A	D	
3	C	B	C	E	
4	D	A	E	C	
5	B	E	B	A	

Предпочтения Даши неизвестны. Считайте, что ни в одном из пунктов не произошло ничьи. Все агенты голосуют честно за наилучшую для себя альтернативу и не отклоняются.

а) Предположим, победила альтернатива A, набрав больше всего голосов. Пользуясь тем фактом, что всегда есть однозначный победитель (ничья невозможна) при выборе из наилучших альтернатив, вторых по предпочтительности, третьих и так далее, заполните предпочтения Даши.

б) Пусть полезность каждого агента от n-ой альтернативы равна $u(n) = 5 - n$. Чему равно общественное благосостояние, если побеждает альтернатива A?

в) Предположим теперь, что голосовать за альтернативу A является постыдным, причем все агенты знают выбор других. Так, если агент все же отдает свой голос за альтернативу A, его полезность снижается на 2 вне зависимости от победившей альтернативы. Как теперь будут выглядеть предпочтения агентов? Для данных предпочтений ответьте на вопрос из предыдущего пункта.

Задача 3.

В таблицах представлены предпочтения агентов.

а) Найдите победителя Кондорсе, если он есть.

n	Аня	Боря	Вера	Гоша	Даша
1	A	C	B	B	A
2	B	A	A	C	C
3	C	B	C	A	B

[1] В литературе это также называется social desirability bias.

Как общество ранжирует альтернативы A, B, C?

б) Найдите победителя Кондорсе, если он есть.

n	Аня	Боря	Вера	Гоша	Даша
1	A	C	B	A	B
2	B	A	C	B	C
3	C	B	A	C	A

Как общество ранжирует альтернативы A, B, C?

Задача 4.

В экономике есть 3 агента, потребляющих общественное благо g, со следующими функциями полезности:

$$u_1(g) = 2 - (g-1)^2, \quad u_2(g) = 2 - (g-2)^2, \quad u_3(g) = 2 - (g-d)^2,$$

где $d \in [1; 2]$ — некоторая константа, а $g \geqslant 0$.

Если ни одна из альтернатив не победила, все получают 0.

а) Приведите интерпретацию параметра d.

б) Какая альтернатива является наиболее предпочтительной для каждого из агентов?

в) Какая альтернатива победит при честном голосовании (все голосуют за альтернативу, которая принесет наибольшую полезность), где победитель определяется правилом относительного большинства, если все голосуют честно?

г) Победитель все еще определяется правилом относительного большинства. Найдите равновесие Нэша при каждом d, если агенты могут голосовать не за наиболее предпочтительное количество общественного блага.

д) Теперь победитель определяется по правилу Борда, и все сообщают предпочтения честно. Выпишите функцию, которая позволит однозначно сопоставить для каждой альтернативы (значения x) её балл. Для простоты предположите, что балл каждой альтернативы может быть нецелым — главное, чтобы наиболее предпочтительная альтернатива получила минимальный балл, а наименее предпочтительная — максимальный.

е) В условиях предыдущего пункта определите победителя при каждом d.

Задача 5.

Агенты выбирают, будут ли включены фонари в парке ночью (x). У каждого агента есть значение наиболее предпочтительной яркости фонаря. Яркость принимает значения $d \in [0; 1]$. Доля агентов, предпочитающих яркость, *не превышающую* d, равна d^2. Важно, что фонарь может быть или включен ($x = 0$), или выключен ($x = 1$). Это означает, что агенты могут голосовать только за $x = 0$ или за $x = 1$. Полезность агента, для которого наиболее предпочтительна яркость d, равна $u(x) = -(x-d)^2$, а $x = 1$, если фонарь включен, и $x = 0$, если фонарь выключен.

а) Если победитель голосования определяется правилом относительного большинства, будет ли включен фонарь?

б) Ответьте на предыдущий вопрос, если доля агентов, предпочитающих яркость, *не превышающую* d, равна d^3.

в) Ответьте на предыдущий вопрос, если доля агентов, предпочитающих яркость, *не превышающую* d, равна $\sqrt{d}$.

[2] *Hint: не всегда можно определить победителя.*