Теория игр–2
Листок 1. Одновременные игры. Доминирование
Преподаватели: Марина Сандомирская, Дарья Табашникова
Дедлайн: 4 августа 2022 года, 21:00 МСК
Задачи в этом листке можно сдавать **только по порядку**.

Задача 1. Большая разминка

Найдите все равновесия Нэша в чистых стратегиях в следующей игре:

	s_1	s_2	s_3
t_1	(4, 8)	(15, 16)	(23, 42)
t_2	(8, 24)	(5, 18)	(32, 6)
t_3	(17, 11)	(31, 21)	(12, 18)
t_4	(18, 24)	(12, 20)	(14, 17)

а) Есть ли в игре доминируемые стратегии? Если да, то какие?

Задача 2. Светить или не светить?

В Тигрляндии в маленькой деревне живут два соседа: Абра и Кадабра. Их домики стоят очень близко, но возле домиков нет никакого уличного освещения. Каждый из соседей выбирает поставить фонарь или нет. Известно следующее:

- Если фонарь не будет поставлен, то для Абра и Кадабра ничего не изменится.
- За каждый фонарь, появившийся на улице, каждый сосед получит выигрыш по 500.
- Установка фонаря сопряжена с издержками в размере 700.

а) Формализуйте игру.
б) Найдите все доминирующие стратегии.
в) Найдите равновесие Нэша.
г) Является ли равновесие Нэша оптимальным по Парето?
д) (Пункт является необязательным для решения) Как называется тип товаров, к которым можно отнести уличный фонарь из этой задачи?

Задача 3. Вечная борьба

Каждый год вожатые и ассистенты ЛЭШ играют в одну игру. Вожатый вожатых Дима и руководитель олимпиадной программы Даша пишут на листочке целое число от 2 до 100 и отдают организатору Олесе. Побеждает тот, кто написал наименьшее число, и он получает такое количество маркеров, что равно его числу, и ещё дополнительно два маркера. Проигравший получает количество маркеров, равное числу победителя минус два маркера. Если в игре получилась ничья, то каждый получает ровно то количество маркеров, что написал. Каждый хочет получить наибольшее количество маркеров. Найдите равновесие с помощью исключения доминируемых стратегий. Является найденное равновесие равновесием Нэша?

Задача 4.

а) Винни и Кейнс решили создать магазин по продаже футболок и стикеров. Каждый выбирает какую сумму от 0 до 100 000 вложить в бизнес независимо от партнера. Потом они отдают эти деньги Джуну, который через некоторое время отдаст им прибыль, равную вложенной сумме, умноженной на 1.5. Прибыль Винни и Кейнс поделят пополам. Найдите все доминируемые стратегии. Чем закончится бизнес проект?

б) На финальном аукционе ЛЭШ продается редкая кружка ЛЭШ2019. Каждый участник должен написать свою ставку на листочке бумаги и отдать организатору аукциона. Ставкой может быть любое целое число от 0 до 10. В аукционе участвуют Стёпа, Максим и Катя. Стёпа очень любит ЛЭШ2019, поэтому ценит кружку в 9 HS€. Максим знает, что кружку можно перепродать за 7 HS€ и хочет этим воспользоваться, поэтому готов купить кружку за 6 HS€. Катя просто хочет купить кружку, чтобы пить чай, поэтому ценит её в 4 HS€. Агенты не знают оценок стоимости кружки других игроков. Если агент не покупает кружку, он получает нулевой выигрыш. Победитель аукциона получает кружку и платит вторую по величине ставку. Проигравшие ничего не платят. Есть ли доминируемые стратегии у ребят? Если да, то какие?

Задача 5. Голосования

Арсений, Борис, Вова, Галя, Даша и Есеня выбирают, что они будут смотреть в поезде по дороге на море: новый сезон сериала «Очень странные дела» или новый сериал «Дом дракона». К сожалению, они ограничены по времени и успеют загрузить только один сериал. Арсений, Борис, Даша и Есеня любят сериал «Очень странные дела» больше, чем сериал «Дом дракона», а Вова и Галя наоборот. Ребята решили провести голосование, чтобы сделать выбор. Каждый пишет на бумажке сериал, который хочет посмотреть и кидает бумажку в закрытый ящик. Альтернатива, набравшая большее количество голосов, побеждает. При равном количестве голосов выбирается сериал «Очень странные дела».

а) Есть ли у Даши доминирующая стратегия? А у других ребят?

б) После голосования ребята вспомнили, что могут ещё загрузить сериал «Мисс Марвел». Они отменили результаты предыдущего голосования и решили провести новое. Арсений и Борис любят сериал «Мисс Марвел» меньше первых двух, Даша и Есеня любят его больше остальных. Для Вовы и Гали справедливо то, что «Дом дракона» предпочтительнее «Мисс Марвел», а «Очень странные дела» на последнем месте. Голосование проводится снова. Если оно обернется ничьей, то ребята загрузят «Очень странные дела». Есть ли у кого-то из ребят доминирующие стратегии? Чем закончится голосование?

[1]Джун — хороший мальчик, поэтому он все точно выплатит.

[2]Так как эта альтернатива победила в прошлый раз.