

Общественный выбор

Введение

Чего хотят экономисты?

- Представлены предпочтения всех агентов
- Тогда как агенты могут иметь различные предпочтения относительно имеющихся альтернатив
- Предпочтения каждого агента можно представить некоторым правилом: функция полезности, правило ранжирования...
- Можно ли найти **правило**, которое позволит *агрегировать* предпочтения агентов?

*На этой лекции мы рассмотрим некоторые способы агрегирования предпочтений и почему они не являются решениями задачи поиска такого **правила**.*

Важно: мы рассмотрим только **честные** голосования, а именно, каждый агент сообщает свои истинные предпочтения, если не сказано иное.

Введение

Как могут быть представлены предпочтения агентов?

- Функция полезности от количества потребленного блага x :

$$u(x) = \sqrt{x}$$

- Ранжированный список альтернатив по убыванию предпочтительности:

1. Яблоки
2. Апельсины
3. Мандарины
4. Бананы
5. Не есть фрукты вообще

- Функция полезности от количеств потребленных благ x и y :

$$u(x, y) = x \cdot y$$

- Ранжированный список наборов товаров по убыванию предпочтительности:

1. Бутерброд и кофе
2. Бутерброд и чай
3. Бутерброд
4. Сок, кофе и чай
5. Ничего не есть и не пить

Введение

А что, если все потребляют одно благо?

- Например, общественное благо в размере g
- Есть два агента с предпочтениями вида:

$$u_1(g) = -(g - 1)^2, \quad u_2(g) = -(g - 2)^2$$

- Наилучшим исходом для агента 1 станет $g = 1$, для агента 2 — $g = 2$
- Почему? Потому что при таких значениях g значения соответствующих полезностей наибольшие
- Как выбрать g ?

- Выбор между одним рейсом автобуса из деревни до города и двумя
- Есть два агента: пастух, стаду которого мешает второй автобус, и сотрудники городской фирмы, которым хочется утром уезжать на работу, а вечером возвращаться домой
- Предпочтения можно представить в виде таблицы, где в ячейках — полезность агентов:

	1 рейс	2 рейса
Пастух	1	0
Сотрудник фирмы	1	2

- Как выбрать число рейсов?

Какие есть способы выбрать альтернативу-победителя?

Правило большинства:

- Побеждает тот, кто набрал наибольшее число голосов (относительное большинство),
- Побеждает тот, кто набрал хотя бы **50% + 1** голосов (абсолютное большинство),
- Побеждает тот, кто набрал хотя бы **$k\%$** голосов...

Одно из самых известных правил. Например, мэр Москвы избирается по правилу относительного большинства

Правило большинства

Пример

- Побеждает альтернатива, набравшая больше всего голосов
- Есть 3 агента (Аня, Боря и Вова) и 3 альтернативы (А, Б и В)
- Их предпочтения можно представить в виде таблицы:

	А	Б	В
Аня	1	3	2
Боря	3	1	2
Вова	1	3	2

- 1 в ячейке означает, что эта альтернатива **наиболее** предпочтительна для этого агента, 3 — **наименее** предпочтительна
- Для Бори А и Б идентичны
- Голосование — честное, значит, каждый голосует за наиболее предпочтительную для него альтернативу
- Аня и Вова голосуют за А, Боря — за Б
- Побеждает альтернатива А

Правило большинства

Пример

Место работы	Аня	Боря	Вася	Даша
Книжный магазин	8	4	5	2
Детский лагерь	6	3	6	7
IT компания	5	1	4	11

Какие есть способы выбрать альтернативу-победителя?

Правило Борда:

- Каждый из агентов ранжирует свои альтернативы по убыванию предпочтительности
- Самой предпочтительной альтернативе присваивают номер 1 (1 балл), следующей – 2 (2 балла) и так далее
- Побеждает та альтернатива, которая набрала наименьшую сумму таких номеров (баллов)

Применяется, например, в голосовании на Евровидении

Правило Борда

Пример

- Побеждает альтернатива, набравшая меньше всего баллов
- Есть 3 агента (Аня, Боря и Вова) и 3 альтернативы (А, Б и В)
- Их предпочтения можно представить в виде таблицы:

	А	Б	В
Аня	1	3	2
Боря	2	2	1
Вова	1	3	2

- 1 в ячейке означает, что эта альтернатива **наиболее** предпочтительна для этого агента, 3 – **наименее** предпочтительна
- Для Бори А и Б идентичны

- Голосование – честное, значит, каждый честно сообщает о том, как он ранжирует альтернативы
- Альтернатива А получает 4 балла, Б получает 8 баллов, В получает 5 баллов
- Побеждает альтернатива А

Обратите внимание: здесь имеет значение то, как каждый из агентов ранжирует каждую из альтернатив

Правило Борда

Пример

- Голосование — честное, значит, каждый честно сообщает о том, как он ранжирует альтернативы
- Альтернатива А получает 4 балла, Б получает 8 баллов, В получает 5 баллов
- Побеждает альтернатива А

	А	Б	В
Аня	1	3	2
Боря	2	2	1
Вова	1	3	2

- 1 в ячейке означает, что эта альтернатива **наиболее** предпочтительна для этого агента, 3 — **наименее** предпочтительна
- Для Бори А и Б идентичны

- Что, если агенты, понимая, каков будет исход, представят отличные от истины предпочтения?
- **Цель агента:** победа альтернативы, что лучше для него, чем победитель честного голосования
- **Результат:** равновесие Нэша

Обратите внимание: здесь имеет значение то, как каждый из агентов ранжирует каждую из альтернатив

Какие есть способы выбрать альтернативу-победителя?

Правило Кондорсе:

- Каждый из агентов ранжирует свои альтернативы по убыванию предпочтительности
- Выбираются 2 альтернативы — А и Б
- Если больше половины агентов ценят А больше, чем Б, побеждает А, а альтернатива Б выбывает из дальнейшего сравнения
- Также это называется методом попарного исключения альтернатив

Правило Кондорсе

Пример

- Побеждает альтернатива, не выбывшая в результате попарного исключения
 - Есть 3 агента (Аня, Боря и Вова) и 3 альтернативы (А, Б и В)
 - Их предпочтения можно представить в виде таблицы:
- | | | | |
|------|---|---|---|
| | А | Б | В |
| Аня | 2 | 3 | 1 |
| Боря | 3 | 2 | 1 |
| Вова | 1 | 2 | 3 |
- Голосование – честное, значит, каждый честно сообщает о том, как он ранжирует альтернативы
 - Сравним альтернативы А и В: Аня и Боря выбирают В из этой пары \Rightarrow побеждает В, А выбывает
 - Сравним Б и В: Аня и Боря выбирают В \Rightarrow побеждает В, Б выбывает
 - Сравним А и Б: Аня и Вова выбирают А \Rightarrow побеждает А, Б выбывает
 - Побеждает альтернатива А
 - По мнению общества В лучше А, А лучше Б, а В лучше Б. Итого: В лучше А лучше Б

Правило Кондорсе

Пример

- Побеждает альтернатива, не выбывшая в результате попарного исключения
 - Есть 3 агента (Аня, Боря и Вова) и 3 альтернативы (А, Б и В)
 - Их предпочтения можно представить в виде таблицы:
- | | | | |
|------|---|----------|----------|
| | А | Б | В |
| Аня | 2 | 3 | 1 |
| Боря | 3 | 1 | 2 |
| Вова | 1 | 2 | 3 |
- Голосование — честное, значит, каждый честно сообщает о том, как он ранжирует альтернативы
 - Сравним альтернативы А и Б: Аня и Вова выбирают А из этой пары \Rightarrow побеждает А, Б выбывает
 - Сравним А и В: Аня и Боря выбирают В \Rightarrow побеждает В, А выбывает
 - Сравним Б и В: Аня и Боря выбирают В \Rightarrow побеждает Б, В выбывает
 - Но Б проигрывает А
 - **Парадокс Кондорсе**

Пример

- Два агента с предпочтениями вида:

$$u_1(x) = 4 - (x - 1)^2, \quad u_2(x) = 4 - (x - 2)^2$$

- А. Если каждый честно голосует за наиболее предпочтительную для него альтернативу, какой x будет избран?
- В. Найдите равновесие Нэша в голосовании, где победитель определяется по правилу относительного большинства.

Спасибо за внимание!