

**Математика–2****Листок 2.** Оптимизация и параметр**Преподаватели:** Полина Королева, Андрей Петухов**Дедлайн:** 2 августа 2022 года, 21:00 МСКЗадачи в этом листке можно сдавать **в любом порядке**.

За задачи ниже «плюсики» не ставятся. Обсуждать с ассистентами их можно, только если есть свободный ассистент и нет очереди.

Задача 1

В пунктах **а), б)** найдите наибольшее, а в пунктах **в), г)** – наименьшее значение функции f .

$$\text{а) } f(x) = \frac{15}{x^2 + x + 4}$$

$$\text{б) } f(x) = \ln(x) \cdot (e - x) + x$$

$$\text{в) } f(x) = x^2 - 4ax + 2$$

$$\text{г) } f(x) = x^2 + \frac{4}{x^2 + 1}$$

Задача 2

Среди точек (x, y) , лежащих в полуплоскости $y \leq 12 - 3x$, найдите все точки, в которых выражение $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ принимает своё наибольшее значение.

Задача 3

Какое наибольшее целое значение может принимать функция

$$f(x, y) = \frac{2}{2y^2 - 2y \cdot (\ln(x) + 1) + \ln(x)^2 + 2}$$

для всех допустимых действительных x, y ?

Задача 4

Рассматривается функция

$$g(x) = 1 + \frac{3\sqrt{x}}{a^2 - a + 1} - x.$$

При каком значении параметра a максимальное значение функции g будет наибольшим? Найдите также это максимальное значение и значение x , при котором оно достигается.

Задача 5

Решите неравенство:

$$\left(1 + \sqrt{\log_2 x}\right) \left(1 + \sqrt{\log_x 2}\right) \left(\sqrt{\log_2 x} + \sqrt{\log_x 2}\right) \leq 8.$$

Задача 6. Дополнительная задача

Для любых положительных чисел x, y, z, t докажите, что выполняется следующее неравенство:

$$(x + y + z + t) \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t}\right) \geq 16$$