

**Математика–2-3****Листок F(x).** Суровая оптимизация**Преподаватели:** Андрей Петухов**Дедлайн:** ∞, 21:00 МСКЗадачи в этом листке можно сдавать **в любом порядке.**

За задачи ниже «плюсики» не ставятся. Обсуждать и сдавать их можно лектору.

Задача 1

Для функции $f(x) = \frac{6 - 4|x|}{13 - 12|x| + 4x^2} + 1$ найдите все значения параметра a , при которых

- а) неравенство $f(x) \leq a$ выполняется для любого x ;
б) неравенство $f(x) \geq a$ выполняется для любого x .

Попроце: решите задачу для x , а не $|x|$.

Задача 2

Найдите наибольшее и наименьшее значения отношения $\frac{x}{y}$ при условии

$$7x^2 + 2y^2 - 3xy - x + 3y + 1 \leq 0$$

Подсказка: введите параметр $\frac{x}{y} = a$ и найдите, какие значения может принимать параметр, чтобы условие выполнялось.

Задача 3

Каково наибольшее значение величины $x + y$, если числа x и y удовлетворяют следующему условию?

$$\log_{x^2}(2x - y^2) \geq 1$$

Задача 4

Найдите все неотрицательные значения параметра a , при которых максимум функции

$$g(x) = x \sqrt[4]{9 - x^4 \cdot (a + 1)}$$

принимает своё наибольшее значение.

Задача 5

Для любой точки (x, y) , лежащей на прямой $y = 4 - x$, докажите, не пользуясь производной, неравенство

$$x^6 + y^6 \geq 128$$