



Теория игр–1

Листок 1. Введение в теорию игр. Равновесие по Нэшу

Преподаватели: Данил Фёдоровых

Дедлайн: 4 августа 2022 года, 21:00 МСК

Задачи в этом листке можно сдавать **только по порядку**.

В задачах в этом листке рассматриваются только равновесия в чистых стратегиях.

Задача 1

а) Рассмотрите игры, заданные следующими матрицами выигрышей. Есть ли в них доминируемые или доминирующие стратегии? Являются ли эти стратегии строго или слабо доминируемыми (доминирующими)?

	X	Y
A	7; 3	6; 6
B	2; 2	3; 7

(1)

	X	Y
A	3; 7	6; 6
B	2; 2	7; 3

(2)

	X	Y	Z
A	0; 4	5; 6	8; 7
B	2; 9	6; 5	5; 6

(3)

	X	Y
A	0; 5	5; 5
B	-1; -1	5; 5

(4)

б) Найдите все равновесия Нэша в этих играх.

в) Придумайте игру для двоих игроков, где у каждого будет по две стратегии и не будет ни одного равновесия Нэша. Приведите содержательное описание этой игры (а не только матрицу выигрышей).

Задача 2

В канун Нового года к вам в дом приходит Дед Мороз и предлагает на выбор один подарок из двух: или Дед Мороз отдает 1000 рублей вам, или Дед Мороз отдает 2000 рублей вашему соседу. Вы знаете, что Снегурочка в тот же момент делает аналогичное предложение вашему соседу: он может забрать 1000 себе, а может отдать 2000 вам. И вы, и сосед просто хотите получить как можно больше денег. Представьте игру в виде матрицы выигрышей и найдите равновесия Нэша. Является ли оно эффективным?

Задача 3

Две конкурирующие фирмы думают о том, чтобы инвестировать деньги в разработку нового продукта. Та из них, которой удастся получить патент, получит выигрыш 10 млн долл. за вычетом инвестиций. Первая фирма может потратить на разработку не более 4 млн долл., вторая — не более 5 млн долл. (считайте, что инвестиции могут выражаться только целым неотрицательным числом миллионов). Обе фирмы одновременно и независимо принимают решение об инвестициях, патент получит та из них, которая инвестирует больше (ей удастся разработать продукт быстрее). Если фирмы инвестируют одинаковые суммы, то никто из них не сможет заработать на новом продукте (все потенциальные выгоды от патента будут уничтожены затратами на судебные тяжбы) и они только понесут издержки на инвестиции.

а) Постройте матрицу выигрышей.

б) Последовательно вычеркивайте **строго** доминируемые стратегии игроков, пока это возможно. Постройте матрицу игры с оставшимися стратегиями и найдите в ней все равновесия Нэша.

Задача 4

Рассмотрите версию игры Chicken, заданную следующей матрицей.

	Chicken	Not Chicken
Chicken	2; 2	1; 3
Not Chicken	3; 1	0; 0

Представьте, что есть 60 участников, каждый из них один раз выбирает стратегию поведения, а затем проводится турнир «все против всех» — выигрыши рассчитываются так, как будто между участниками происходит круговой турнир по этой игре.

- а) Предположим, что вы один из участников турнира и вы знаете, что среди остальных участников C человек выберут стратегию Chicken. Как ваш оптимальный выбор зависит C ?
- б) Найдите равновесия Нэша в круговом турнире.

Задача 5

Вася и Петя нашли волшебную шкатулочку. Если в нее положить деньги и сказать «Ахалай Махалай», то сумма, лежащая в шкатулке, увеличивается в полтора раза. Петя и Вася решили поступить так: каждый положит в шкатулку сколько хочет, потом они скажут «Ахалай Махалай» и поделят всю сумму поровну.

- а) Запишите функции выигрыша игроков как функции от их вклада.
- б) Есть ли у игроков строго или слабо доминирующие стратегии?
- в) Найдите равновесия Нэша.